Estimadores de regresión/calibración compuestos

Aplicación Encuesta Continua de Hogares de Uruguay

Juan Pablo Ferreira
jferreir@ine.gub.uy

Instituto Nacional de Estadística

Seminario Regional sobre Innovaciones y Desafíos en Encuestas de Hogares

introducción

- inicio = 1968.
- encuesta multipropósito que releva información de los hogares y personas
- indicadores oficiales de:
  - mercado laboral <ML> (e.g. actividad, empleo y desempleo)
  - ingresos de hogares y personas
  - pobreza de hogares y personas
  - condiciones de vida (e.g. educación, salud, etc.)
- **periodicidad:** ML e ingresos mensuales; resto anual (por el INE)

metodología hasta 2019

- **condición de elegibilidad** = hogares particulares situados en viviendas particulares en todo el país (Inicio =2006)
- **cross-section** (i.e. muestras mensuales independientes)
- **diseño muestral**: aleatorio, estratificado, por conglomerados y en dos etapas de selección.
- 3400 hogares mensuales (elegibles respondentes <ER>)
- 41000 hogares en el año
- relevamiento 100% presencial (CAPI)
- cuestionario único (condiciones de vida + ML + ingresos)

método de estimación (hasta 2019)

Distintos indicadores/parámetros θ eran estimados utilizando **estimadores directos** teniendo en cuenta únicamente a los *ER* y en base a un sistema de ponderadores **único** $w_i \; \forall i \in \text{ER}$ que eran computados de forma mensual, trimestral y anual.

- por ejemplo, la estimación del total en la población (U) de una variable cualquiera y es:

$$Y = \sum_{i \in U} y_i$$

y es estimado como:

$$\hat{Y} = \sum_{i \in \text{ER}} w_i y_i$$

método de estimación (hasta 2019)

- estimadores **calibrados/regresión** para la producción de las estimaciones de los distintos indicadores θ
- Vector/set para calibrar/modelar $\mathbf{x}_i = (x_{1i}, ..., x_{Ji})^T$ son variables de pertenencia (indicadoras) a distintos grupos demográficos (e.g. tramos de edad, sexo y region <departamento>)

enfoque de regresión

$$E_m(y_i) = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} = \mu + \text{edad}_j + \text{sexo}_k + \text{dpto}_l$$

enfoque de calibración

$$\sum_{i \in ER} w_i \mathbf{x}_i = \sum_{i \in U} \mathbf{x}_i$$

método de estimación (hasta 2019)

el ponderador de la persona i queda definido como:

$$w_i = d_i \times \hat{\phi}_i^{-1} \times g_i$$

donde:

- $$d_i = (\text{Prob}[i \in \text{muestra}])^{-1} = f_h^{-1} = \frac{N_h}{n_h}$$
- $\hat{\phi}_i$ es la propensión de estimada del hogar/persona i de responder. Se **asume MAR** y un modelo de igualdad de medias a nivel de estrato.
- g_i es el ajuste proveniente de la calibración:

$$g_i = 1 + (\sum_{i \in U} \mathbf{x}_i - \sum_{i \in \text{ER}} w_i^{\text{nr}} \mathbf{x}_i)^T (\sum_{i \in \text{ER}} w_i^{\text{nr}} \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T)^{-1} \mathbf{x}_i,$$

método de estimación (hasta 2019)

la estimación de un total (u otro parámetro θ) puede verse bajo dos enfoques:

- **enfoque de regresión**

$$\hat{Y}_{RE} = \sum_{i \in U} \hat{y}_i + \sum_{i \in ER} w_i^{\text{nr}} (y_i - \hat{y}_i)$$

donde $\hat{y}_i = \mathbf{x}_i^T \hat{\mathbf{B}}$ y los parámetros del modelo son estimado con los datos de la propia muestra

- **enfoque de calibración**

$$\hat{Y} = \sum_{i \in \text{ER}} w_i y_i$$

donde w_i son los ponderadores calibrados (i.e. cumplen las ecuaciones de calibración)

construcción matriz para la calibración

hogar	persona	sexo	edad	dpto
1	1	H	45	MVD
1	2	M	40	MVD
2	1	H	24	MVD
2	2	H	21	MVD
2	3	M	24	MVD
3	1	H	53	MVD
3	2	M	55	CAN
3	3	M	27	CAN
3	4	M	15	CAN
4	1	H	41	CAN

hogar	persona	X1	X2	X3	X4	X5	X6
1	1	0	1	0	0	1	0
1	2	0	0	0	1	1	0
2	1	1	0	0	0	1	0
2	2	1	0	0	0	1	0
2	3	0	0	1	0	1	0
3	1	0	1	0	0	1	0
3	2	0	0	0	1	0	1
3	3	0	0	0	1	0	1
3	4	0	0	1	0	0	1
4	1	0	1	0	0	0	1

variables indicadoras representando grupos de sexo/edad y de región: X1 hombres (0-24), X2 hombres (25+),X3 mujeres (0-24) X4 mujeres (25+), X5 Mvd, X6 Can

método de integración

- variables de calibración **x** se encuentran definidas a nivel de persona
- ECH produce estimaciones a nivel de hogares y personas
- necesidad de consistencia (sistema de ponderación único **uniweight**)
- para producir ponderadores w_i iguales para cada individuo del hogar se utiliza el método de integración.
- las variables X previo a la calibración son sustituidas por el promedio de las mismas a nivel de hogar.

precisiones ECH 2019 (una mirada)

ECH tiene un tamaño de muestra suficientemente grande para estimar ciertos indicadores (con periodicidad baja <e.g. pobreza>) y pequeña para indicadores claves con periodicidad alta (e.g. ML)

- diseño y tamaño muestral no es suficiente para brindar estimaciones confiables de ML de forma mensual
  - moe de 1% para las estimaciones mensuales del nivel de las tasas ML
  - capaz de detectar cambios significativos (al 95%) de un mes a otro si son mayores a 1.3%

metodología ECH (nueva)

- encuesta de panel rotativo
- la muestra de un mes está compuesta por seis paneles (grupos de rotación)
- relevamiento mixto:
  - **CAPI**: implantación que releva variables habituales de la ECH por única vez
  - **CATI**: seguimiento solo ML durante 5 meses +

metodología 2021

objetivos

- mejorar las estimaciones de ML
  1. reducir los moe para las estimaciones mensuales tanto de nivel como el cambio neto respecto a la ECH 2019
  2. producir indicadores confiables para una amplia gama de áreas de estimación de forma mensual (e.g. educación, género, departamentos, etc)
- mantener la calidad de las estimaciones para el resto de los indicadores que brinda la ECH

nueva metodología 2021

- la nueva ECH pasa a ser una encuesta de panel rotativo con periodicidad mensual, en donde, la muestra de un mes, está compuesta por seis paneles (grupos de rotación).
- la ECH 2021 se basa en la **Labour Force Survey (LFS) de StatCan**

sistema de rotación

Grupo de rotación (GR)	mes de la encuesta (estimación)										
	2021						2022				
	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5
1	1ra	2do	3ra	4ta	5ta	6ta	abandona la encuesta				
2		1ra	2do	3ra	4ta	5ta	6ta				
3			1ra	2do	3ra	4ta	5ta	6ta			
4				1ra	2do	3ra	4ta	5ta	6ta		
5					1ra	2do	3ra	4ta	5ta	6ta	
6						1ra	2do	3ra	4ta	5ta	6ta
1							1ra	2do	3ra	4ta	5ta
2								1ra	2do	3ra	4ta
3									1ra	2do	3ra
4										1ra	2do
5											1ra
6											

- cada GR es implantado presencialmente y aplicando un formulario similar a la ECH 2019
- un GR está conformado por 2000 hogares ER aproximadamente

método de estimación para ML

- el solapamiento entre las muestras de un mes a otro puede ser explotado también en la etapa de estimación.
- existen estimadores que utilizan las estimaciones del ML del mes anterior $\hat{\theta}_{t-1}$ para mejorar las precisiones de los estimadores del mes t, ya sea, para el nivel $\hat{\theta}_t$, como para el cambio neto (i.e. $\hat{\Delta} = \hat{\theta}_t - \hat{\theta}_{t-1}$)

dos estrategias distintas:

- estimadores compuestos K o AK (CPS)
- estimadores de **calibración/regresión compuestos (CRE)**

estimadores compuestos

Ambos métodos explotan el solapamiento y la información del GR que abandona la encuesta.

- CRE reduce los SE del nivel y cambio neto mientras siguen cumpliendo la expansión a conteos demográficos
- Fácil de instrumentar en R utilizando paquetes existentes (e.g. survey). Simplemente se aumentan las variables de calibración.
- Estimación de la varianza se vuelve compleja y no se encuentra implementada en ningún paquete.

estimación del nivel (MR1)

- añade variables extras a la ecuación de calibración para reducir el moe de la **estimación del nivel** (**MR1**)
- las variables nuevas son construidas con variables indicadoras del mes anterior $\mathbf{z}_{t-1}$ del status de la persona en ML (e.g. ocupado en $t-1$)

$$\mathbf{z}_i^{\mathsf{L}} = \begin{cases} \mathbf{z}_{i,t-1} & \text{si } i \in \mathrm{ER}_t - \mathrm{ER}_t^b \\ \hat{\mathbf{Z}}/N_{\mathrm{PET}} & \text{si } i \in \mathrm{ER}_t^b \end{cases} \tag{1}$$

- lo anterior implica que si estimamos el total de la variable $\mathbf{z}_i^{\mathsf{L}}$ coincide con la estimación del mes anterior, i.e,

$$\hat{\mathbf{Z}} = \sum_{i \in \mathrm{ER}} w_i \mathbf{z}_i^{\mathsf{L}}$$

.

Esta forma de imputar se realiza para que MR1 sea un estimador insesgado (HT) para estimar el total del mes anterior

método de estimación para ML

- añade variables extras a la ecuación de calibración para reducir el moe de la **estimación del cambio** (**MR2**)

$$\mathbf{z}_i^C = \begin{cases} \mathbf{z}_{i,t-1} + (R^{-1} - 1)(\mathbf{z}_{i,t-1} - \mathbf{z}_{i,t}) & \text{si } i \in \text{ER}_t - \text{ER}_t^b \\ \mathbf{z}_{i,t} & \text{si } i \in \text{ER}_t^b \end{cases} \tag{2}$$

  donde $R \approx 5/6$ es la tasa de solapamiento ponderada.
- al igual que con el estimador **MR1**, si se estima el total de la variable $\mathbf{z}_i^C$ coincide con la estimación del mes anterior
- esta forma de imputar se realiza para que MR2 (al igual que MR1) sea un estimador insesgado (HT) para estimar el total del mes anterior

ampliación de la matriz de calibración

Para las personas incluidas en la **muestra de solapamiento**, las variables $\mathbf{z}^C$, a modo de ejemplo, quedan definidas como:

persona	ocupado en t	ocupado en t-1	Z ocupado C
1	1	1	1
2	1	0	-0.2
3	0	1	1.2
4	0	0	0

método de estimación para ML

Se deben generar tantas variables $\mathbf{z}^L$ y $\mathbf{z}^C$, como parámetros a estimar (e.g. totales de empleo, desempleo y actividad) así como definirlas no solo a nivel de todo el país, sino también para distintas áreas de estimación (e.g. sexo, región, etc.)

- **problema:** añadir muchas variables a la ecuación de calibración puede provocar estimaciones inestables producto de la existencia ponderadores w_i extremos e incluso **negativos**
- **solución:** construir variables $\mathbf{z}$ como una combinación lineal ponderada de $\mathbf{z}^L$ y $\mathbf{z}^C$

$$\mathbf{z}_i = (1 - \alpha)\mathbf{z}_i^L + \alpha\mathbf{z}_i^C$$

donde $\alpha = 2/3$ se elige como un compromiso entre reducción de los moe de los estimadores de nivel y cambio neto.

estimador CRE

Los ponderadores w_i^{cre} son obtenidos minimizando la función de distancia lineal entre w^{nr} y los ponderadores w^{cre}, sujetos a la ecuación de calibración

$$\sum_{i \in \text{ER}} w_i^{cre} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_i \\ \mathbf{z}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{X} \\ \hat{\mathbf{Z}} \end{pmatrix}$$

donde

$$w_i^{cre} = w_i^{nr} g_i^{cre},$$

y g_i^{cre} es el factor de ajuste proveniente de calibración:

$$g_i^{cre} = 1 + (\mathbf{x}_i^T, \mathbf{z}_i^T) \left(\sum_{i \in ER} w_i^{nr} (\mathbf{x}_i^T, \mathbf{z}_i^T)^T (\mathbf{x}_i^T, \mathbf{z}_i^T) \right)^{-1} \left((\mathbf{X}^T, \hat{\mathbf{Z}}^T)^T - \sum_{i \in ER} w_i^{nr} (\mathbf{x}_i^T, \mathbf{z}_i^T) \right.$$

estimador CRE

Importante:

Dado que el estimador CRE es una función del estimador compuesto del mes anterior, por definición es un **estimador recursivo**, debido a que las variables auxiliares son ajustadas a conteos o totales que poseen un componente aleatorio (son estimaciones del mes anterior)

información auxiliar demográfica

- 44 grupos de edad/sexo/región (Capital y Resto)
  - 14 a 17 años, 18 a 24 años, 25 a 29 años, 30 a 34 años, 35 a 39 años, 40 a 44 años, 45 a 50 años,50 a 54 años, 55 a 64 años,65 a 74 años, 75 o + años
- Departamento (14 o + años)
- Grupo de rotación (14 o + años)

variables auxiliares compuestas

- Personas ocupadas de 14 o + años a nivel total país
- Personas desocupadas de 14 o + años a nivel total país
- Personas inactivas de 14 o + años a nivel total país
- Hombres ocupados de 14 o + años a nivel total país
- Hombres desocupados de 14 o + años a nivel total país
- Hombres inactivos de 14 o + años a nivel total país
- Mujeres ocupadas de 14 o + años a nivel total país
- Mujeres desocupadas de 14 o + años a nivel total país
- Mujeres inactivas de 14 o + años a nivel total país
- Personas ocupadas de 14 o + años por departamento
- Personas desocupadas de 14 o + años por departamento
- Personas inactivas de 14 o + años por departamento

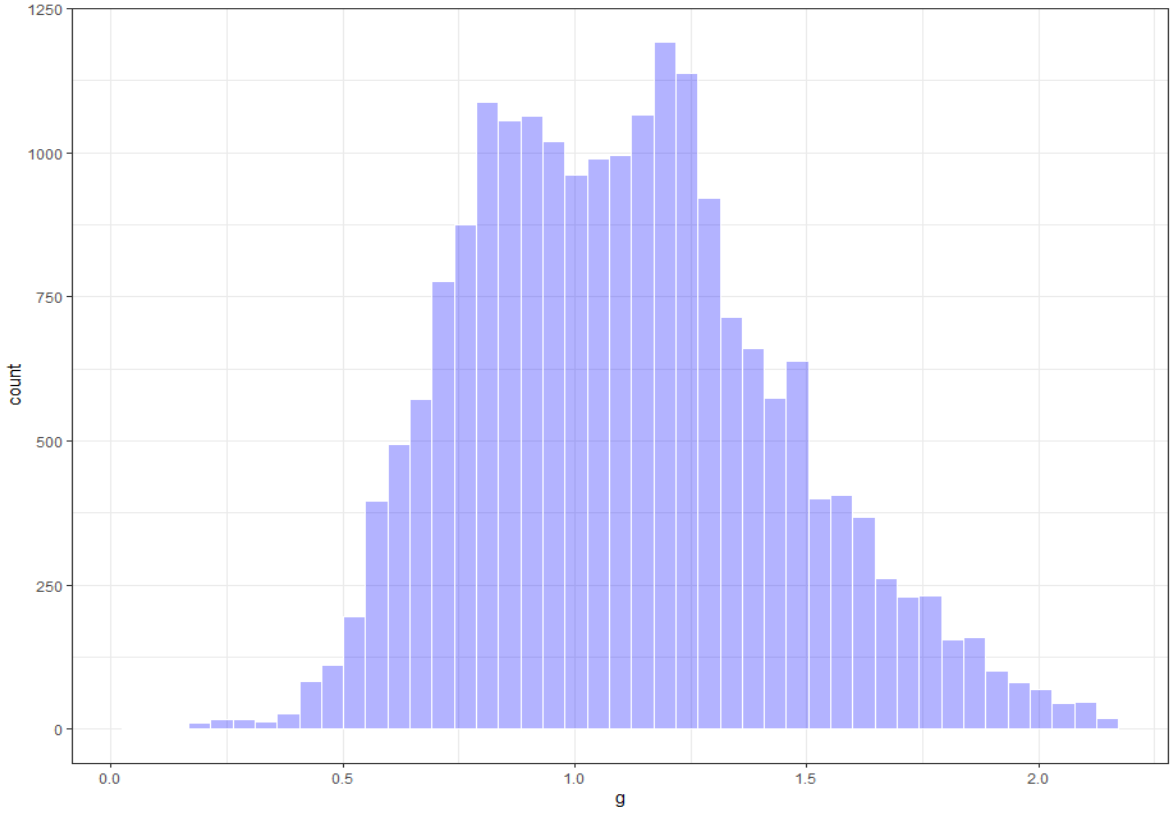
imputación de datos faltantes

- para la creación de los vectores $\mathbf{z}_i^{\mathsf{L}}$ y $\mathbf{z}_i^{\mathsf{C}}$ se imputan los datos faltantes del grupo de rotación de nacimiento.
- pueden existir datos faltantes de las variables indicadoras de ML en $t-1$ para los nuevos miembros del hogar o integrantes que comienzan a formar parte de la PET.
- para los nuevos miembros se imputan los datos de $t-1$ utilizando donantes aleatorios.
- para los integrantes que comienzan a participar en la PET se les imputa cero.

tratamiento de los ponderadores finales menores a uno

- la función de distancia lineal para la calibración puede permitir excepcionalmente que existan algunos ponderadores menores a uno e incluso negativos
- desde el punto de vista teórico, la existencia de ponderadores negativos no repercute en el insesgamiento del estimador
- por convención e incluso por "interpretación", los ponderadores de las unidades (hogares y personas) deben ser mayores o iguales a uno.
- una vez realizada la calibración compuesta a todas las unidades que tengan ponderadores menores a uno, se les asigna un ponderador final igual a 1.

factores de ajuste g



RE vs CRE

- se simularon 5000 réplicas bajo un MAS c/rep
- para cada réplica se calcularon las estimaciones de nivel $\hat{\theta}_t$ y cambio neto $\hat{\Delta}_t = \hat{\theta}_t - \hat{\theta}_{t-1}$ de ML
- se computaron las eficiencias relativas, la cuales, se definen como el cociente entre varianzas

cambio en el método de estimación en ML

- RCE vs RE nivel ocupados **90%**
- RCE vs RE nivel desocupados **91%**
- RCE vs RE cambio neto ocupados **54%**
- RCE vs RE cambio neto desocupado **85%**

estimación de la varianza (simplificado)

se utilizan técnicas de remuestreo o réplicas (Boostrap)

- se parte de los ER del mes y se generan 1000 sistemas de ponderadores boostrap

$$w_{kjh}^{b} = \frac{n_h}{n_{h-1}} m_{hj}^{b} w_{kjh}^{nr}$$

- para cada uno de los sistemas de ponderadores Bootstrap se realiza la calibración compuesta. Si, los conteos o benchmarks $\hat{\mathbf{Z}}$ se consideran fijos, se subestima la varianza.

estimación de la varianza del cambio neto

- la matriz de pesos Boostrap permite obtener estimaciones de la varianza para los estimadores cross-section (nivel); y pueden ser utilizados con cualquier software que estime varianza para diseños muestrales complejos.
- las estimaciones de las varianzas para los cambios netos son más complejas y no pueden ser llevadas a cabo con softwares tradicionales.
- se indica a los usuarios utilizar los pesos Boostrap para la estimación de niveles y aplicar formulas que tengan en cuenta la correlación entre muestras y el porcentaje de solapamiento. Por ejemplo, la estimación del error estándar (SE) del cambio neto $\hat{\Delta} = \hat{\theta}_t - \hat{\theta}_{t-1}$ es:

$$\widehat{\mathrm{SE}}(\hat{\Delta}) = \sqrt{(1 - R\rho)}\sqrt{\widehat{\mathrm{SE}}^2(\hat{\theta}_t) + \widehat{\mathrm{SE}}^2(\hat{\theta}_{t-1})}$$

estimación de la varianza (correcta)

Boostrap coordinado

- cuando las UPM son las mismas de un mes a otro, se les asigna los factores de multiplicidad del mes anterior.
- cuando solo algunas UPM se mantiene en los dos meses (5/6 aprox) se transfieren los factores de multiplicidad de las UPM en común. EL resto (1/6) pertenecientes al GR de nacimiento, se les asigna un factor de multiplicidad de forma aleatoria correspondiente a las UPM que abandonan la encuesta.

estimación de la varianza (correcta)

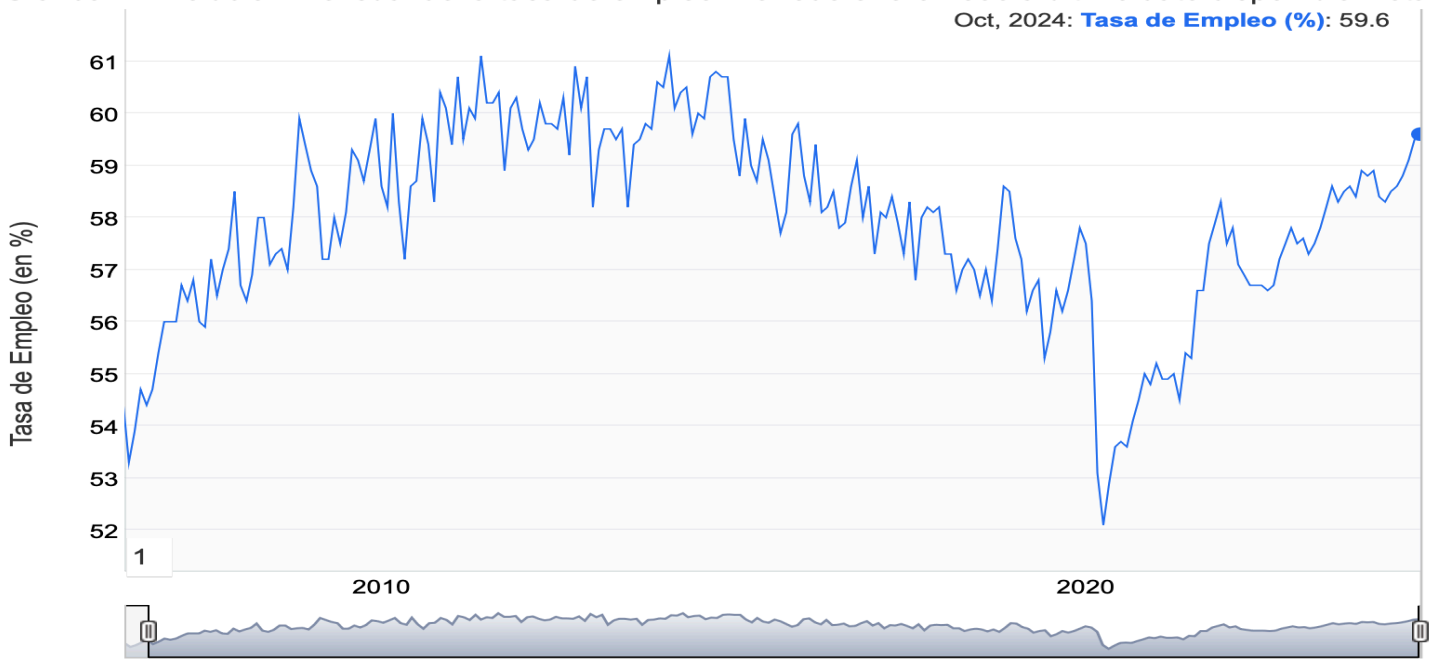
- A los ponderadores boostrap se les aplica el factor de ajuste por no respuesta (único).
- Utilizando los ponderadores finales boostrap del mes anterior se computan los totales $\hat{\mathbf{Z}}^{(b)}$ para cada una de las réplicas. Esto se hace para agregarle el componente estocástico a los conteos compuestos.
- Los ponderadores boostrap generados en el paso 1 son calibrados a los conteos demográficos y a los conteos de las variables auxiliares compuestas para la réplica boostrap correspondiente.

resultados

Previo al cambio la serie era muy errática y para confirmar cambios era necesario esperar movimientos consecutivos en la misma dirección.

Ahora se tiene una serie mas suavizada (con menor ruido producto del error de muestreo).

Gráfico 2: Evolución mensual de la tasa de empleo. Período enero 2006 a último dato disponible. Total país



Fuente: INE - Encuesta Continua de Hogares

resultados

Para ver más resultados y distintas aperturas, visita :

`https://www.gub.uy/instituto-nacional-estadistica/encuesta-continua-hogares`