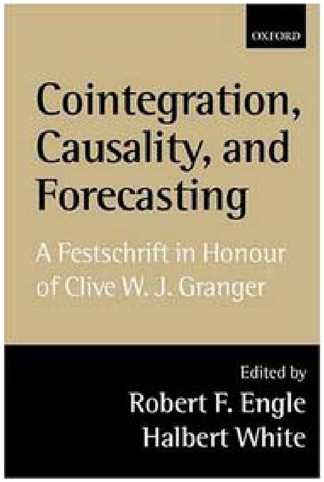
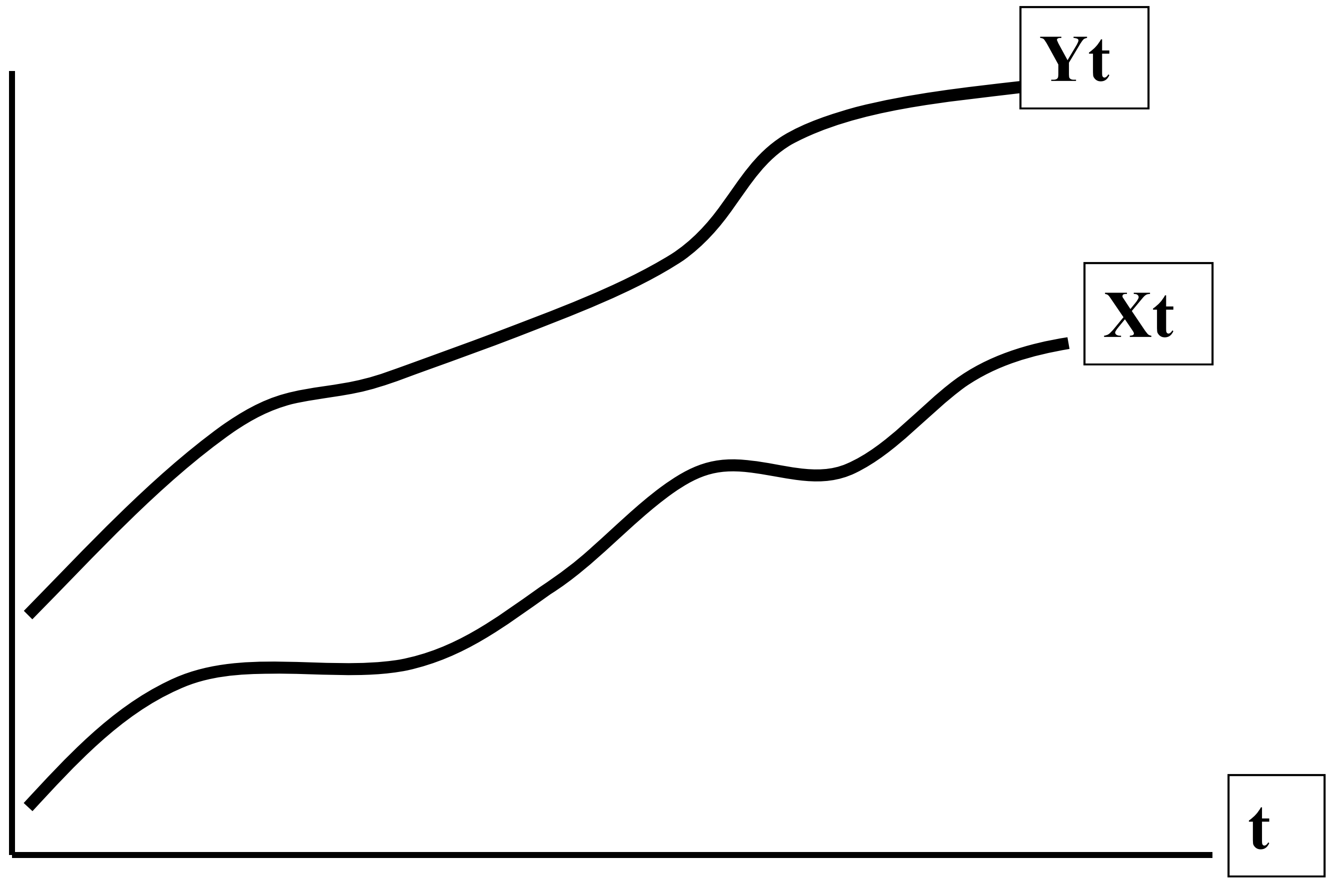
ECONOMETRIA

TEORÍA DE LA COINTEGRACIÓN

Mtro. Horacio Catalán Alonso

I. REGRESIÓN ESPURÍA





Dos series que presentan camino aleatorio.

Si ambas series se consideran en una modelo econométrico.

$$Y_t = Y_{t-1} + u_t \qquad u_t \; N(0,s^2{}_u)$$

$$X_t = X_{t-1} + e_t \qquad e_t \; N(0,s^2{}_e)$$

$$Y_t = b_0 + b_1 X_t + v_t$$

Se considera que es una situación de regresión espuria.

Los resultados aparentemente son adecuados debido a que ambas series generan una alta correlación.

✓Cuando las series no son estacionarias, representa un problema para el modelo econométrico.

✓Si se asume estacionaridad, cuando es falsa, el modelo esta mal especificado .

✓ Los resultados no son confiables, debido a que las series presentan un comportamiento similar en el tiempo.

✓ Los valores de los coeficientes no pueden ser utilizados para realizar pronóstico y análisis económico.

Primera observación. Se afecta la significancia estadística de los estimadores

1) Prueba de hipótesis t-student

$$Y_t = b_0 + b_1X_t + v_t$$

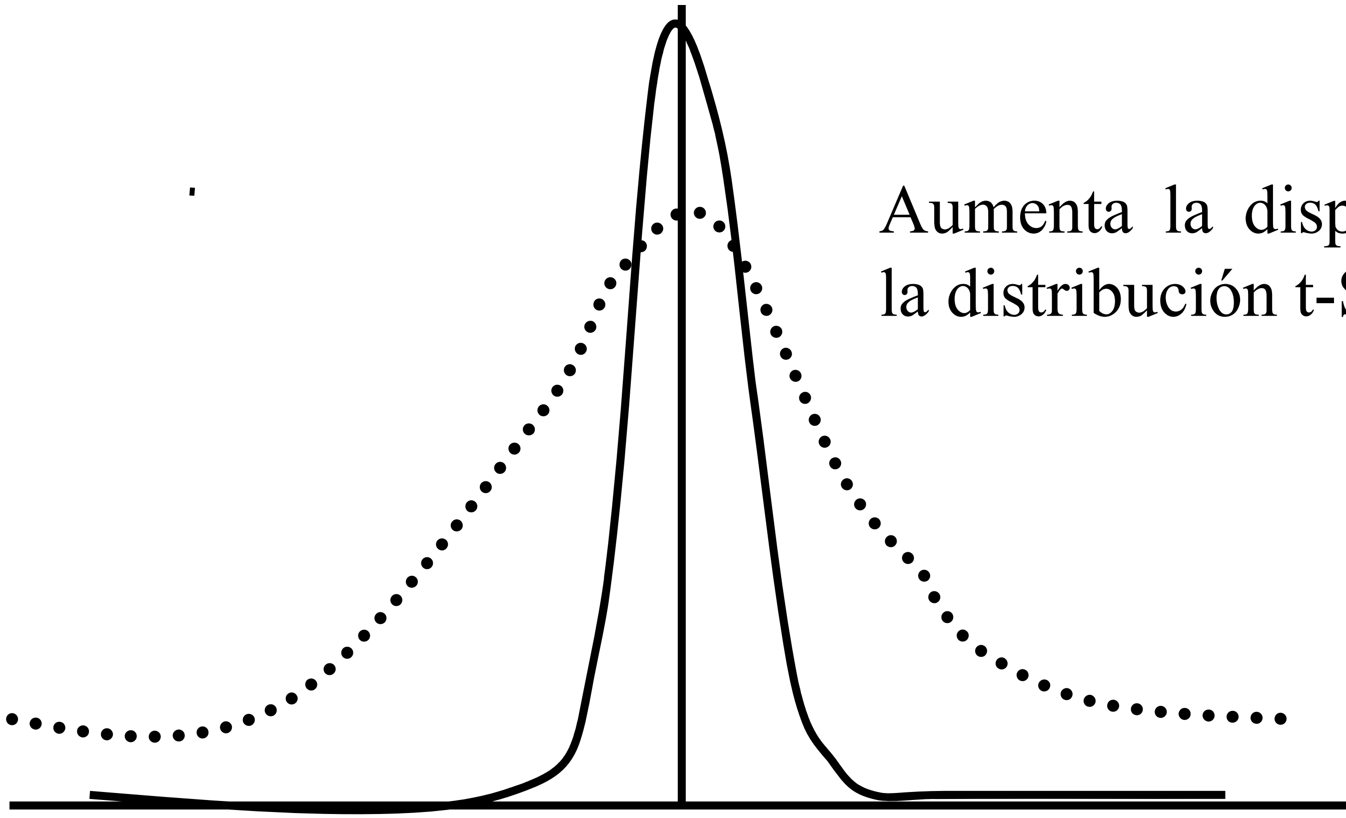
Y_t X_t presentan la misma tendencia el error v_t no puede ser estacionario

H_0: $b_1 = 0$ $\longrightarrow$ $Y_t = b_0 + v_t$ Es estacionario

$Y_t = Y_{t-1} + u_t$ Es camino aleatorio

En la regresión espuria siempre se rechaza H_0

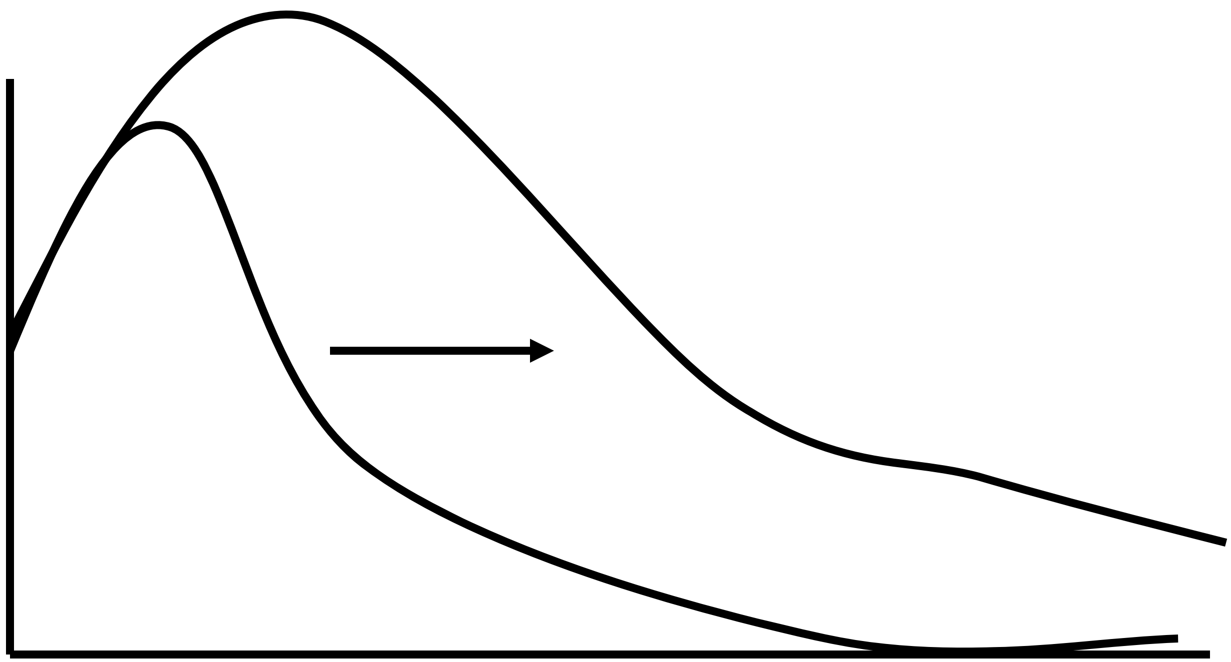
2) Se afecta la distribución de la t-Student



Aumenta la dispersión de la distribución t-Student

Se presentan valores muy altos de t-calculado

3) La distribución de la prueba F cambia



Se presentan valores muy altos del estadístico F

Consecuencias de la regresión espuria sobre la significancia estadística de los estimadores

La probabilidad de obtener estimadores distintos de cero es muy alta. Debido a que el estadístico t calculado es bastante elevado.

El estadístico F calculado también es bastante elevado indicando que la relación entre las variables es estadísticamente significativa.

Los valores de los estimadores pueden señalar una relación significativa entre las variables.

Segunda observación sobre el problema de la regresión espuria. Se presenta una R2 cercana a uno.

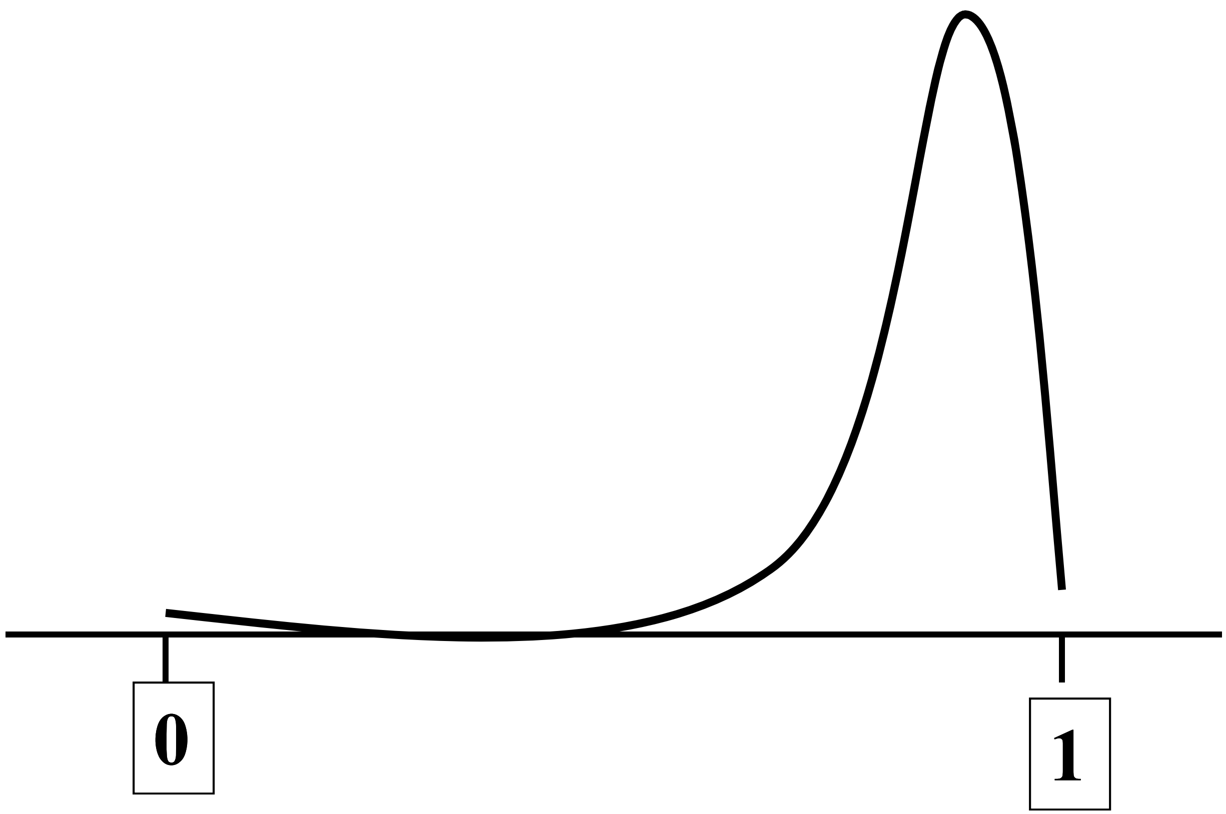
Cuando dos variables presentan camino aleatorio indica que la varianza de ambas series aumenta con el tiempo:

$$\boldsymbol{Y_t = Y_{t-1} + u_t} \qquad \mathbf{Var}(\boldsymbol{Y_t}) = \boldsymbol{T}\sigma^2_{\mathrm{Y}}$$

$$\boldsymbol{X_t = X_{t-1} + e_t} \qquad \mathbf{Var}(\boldsymbol{Y_t}) = \boldsymbol{T}\sigma^2_{\mathrm{X}}$$

La serie Yt se aleja de su media por lo tanto se generan valores de R2 cercanos a uno, señalando que el ajuste del modelo es muy bueno. Sin embargo se debe a que las series se mueven juntas

Los valores de R^2 tienden a agruparse alrededor de 0.95



Tercera observación sobre el problema de la regresión espuria. El estadístico Durbin-Watson presenta un valor cercano a cero

Durbin Watson: $$dw = \frac{\Sigma(e_t e_{t-1})^2}{\Sigma e_t^2}$$

Debido a que la serie es camino aleatorio los errores presnetan un fuerte proceso de autocorrelación

Problemas de la regresión espuria

1) Los estimadores son estadísticamente significativos, presentando estadísticos t y F elevados, que rechazan la hipótesis nula.

2) El valor de la R^2 es muy cercano al valor de 1, indicando que el modelo es adecuado

3) El estadístico DW tiende a cero

Una regla para determinar si la regresión es falsa

$$DW < R^2$$

I. COINTEGRACIÓN

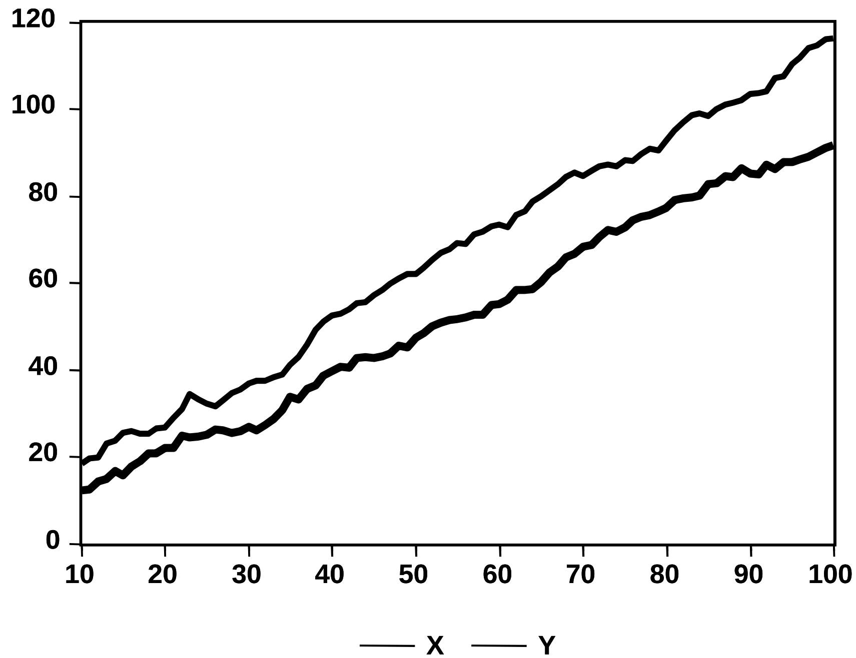
El análisis de cointegración es esencial cuando se tiene una combinación de variables que presenten una similitud en el orden de integración. Si se tiene una ecuación con las siguientes condiciones:

Sean las variables $X_t \sim I(1)$ $\quad Y_t \sim I(1)$

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + u_t$$

Una combinación lineal de estas variables que sea estacionaria. Entonces, se dice que las variables Y, X están cointegradas

$$Y_t - \beta_0 - \beta_1 X_t = u_t$$ Puede ser I(0)



Intuitivamente el hecho de que el error sea estacionario indica que las series presentan una tendencia en común.

Si las series cointegran la regresión entre las dos variables es significativa (no es espúrea) y no se pierde información valiosa de largo plazo lo cual sucedería si se estima la regresión en primeras diferencias.

Engel y Granger (1987), el equilibrio de largo plazo entre un conjunto de variables se define como:

$$\beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \ldots + \beta_n x_{nt} = 0$$

Expresada como vectores.

$$[\beta_1 \beta_2 \ldots \beta_n] \begin{bmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \\ \vdots \\ x_{nt} \end{bmatrix} = \beta X_t = 0$$ Sistema en equilibrio

La desviación del equilibrio a largo plazo se conoce como el término de error.

$$\beta X_t = e_t$$

Si el equilibrio es significativo en la relación de las variables, entonces el error es estacionario.

Componentes del vector X_t =(x_{1t}, ..., x_{nt}) se dice que están cointegrados de orden CI(d,b) si:

1. Todos los componentes de Xt son integrados de orden d
2. Existe un vector b =(b_1,...,b_n) en el cual la combinación lineal.

$$\boldsymbol{\beta}_1 \mathbf{x}_{1t} + \boldsymbol{\beta}_2 \mathbf{x}_{2t} + \ldots + \boldsymbol{\beta}_n \mathbf{x}_{nt}$$

Es integrada de orden (d-b), donde b > 0

Observaciones importantes sobre la definición de cointegración.

1) La cointegración se refiere a una combinación lineal de variables no estacionarias.

- ❑ Pueden ser posibles relaciones no lineales.
- ❑ El vector de cointegración no es único.
- ❑ Se realiza una normalización del vector de cointegración.

2) Todas la variables deben ser del mismo orden de integración

- Aún si todas las variables son del mismo orden de integración no se asegura que cointegren.
- No existe claridad en el uso del término "relación de equilibrio".

3) Si X_t tiene n componentes, debe haber n-1 vectores de cointegración. El número de vectores se denomina rango de cointegración

MODELO DE CORRECCIÓN DE ERRORES

Relación de equilibrio

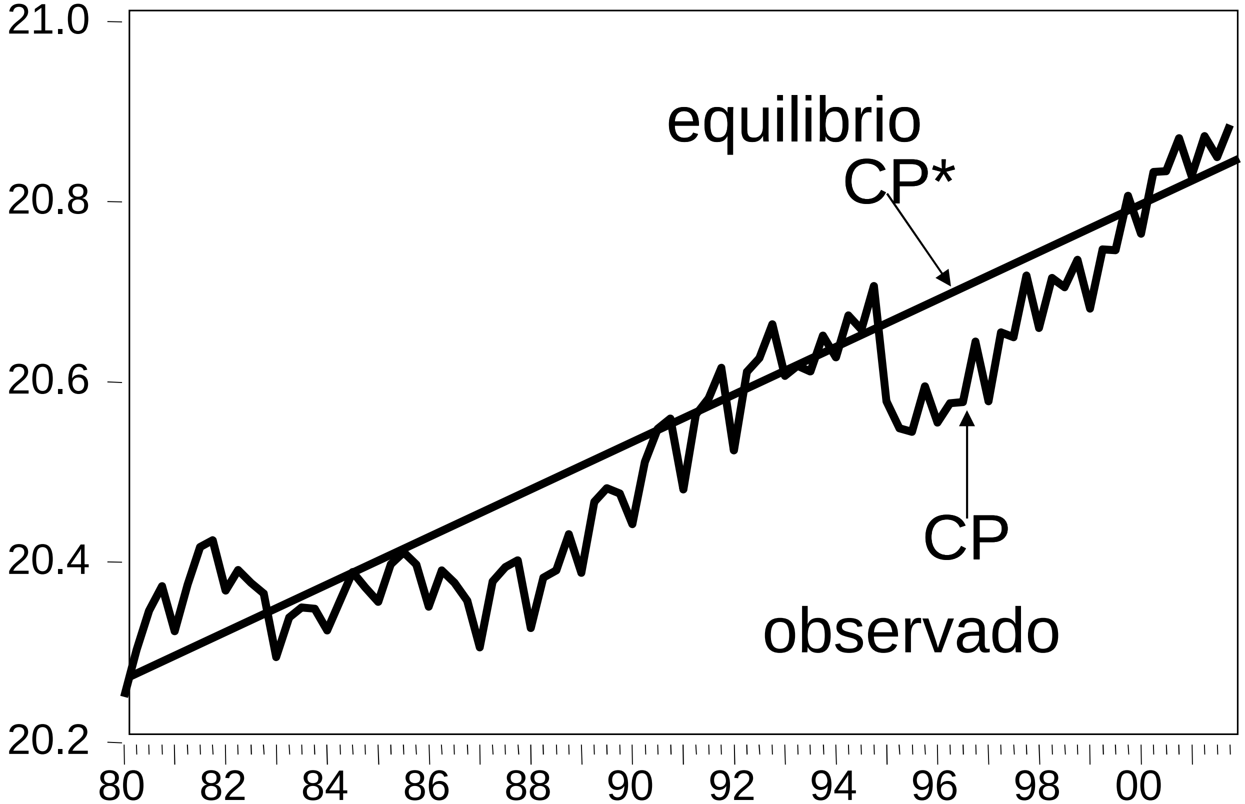
$$y_t = k_0 + k_1 x_t + u_t$$

Modelo de corrección de errores

$$\Delta y_t = \alpha \Delta x_t + \gamma \left[y_{t-1} - k_0 - k_1 x_{t-1} \right] + v_t$$

γ es el coeficiente del mecanismo de corrección de errores

Toma valores entre –1 y 0



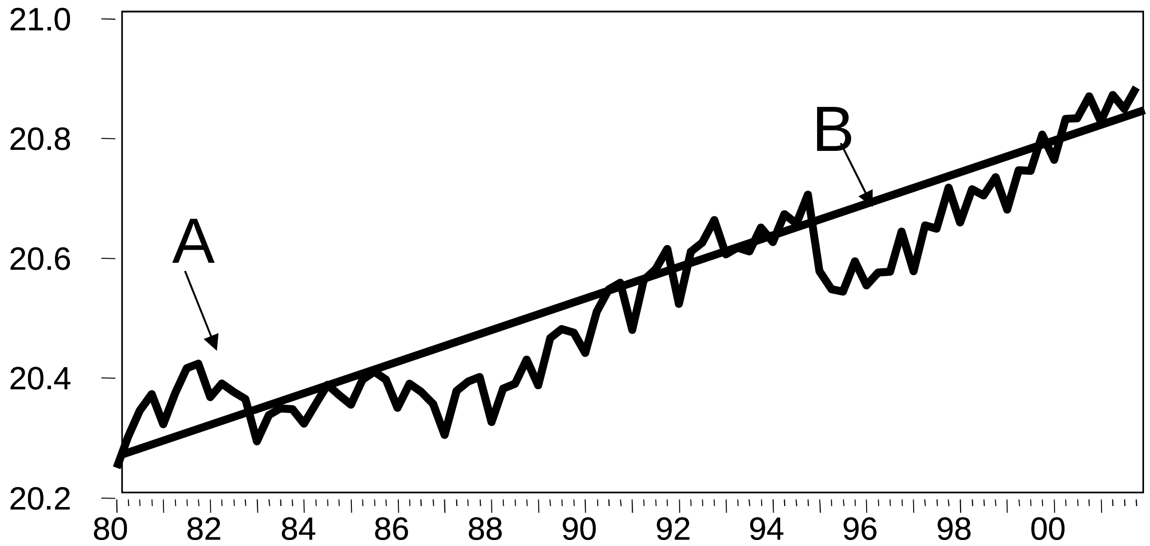
Relación

De

Equilibrio

Cuando u > 0 implica que Y > Y*

Cuando u < 0 implica que Y < Y*



A) CP > CP* $\longrightarrow$ ECM = (CP-CP*)>0 Si g<0

$\Delta CP_t = \beta_2 \Delta Y_t + g[ECM_{t-1}] + U_t$ Efecto negativo

B) CP < CP* $\longrightarrow$ ECM = (CP-CP*) < 0 Si g<0

$\Delta CP_t = \beta_2 \Delta Y_t + g[ECM_{t-1}] + U_t$ Efecto positivo

Metodología de Hendy

Los modelos en primeras diferencias puede reespecificarse como un modelo con variables rezagadas.

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{k} \alpha_i y_{t-1} + \sum_{s=1}^{m} \sum_{i=0}^{k} \beta_{si} x_{st-1} + u_t$$

✓ Considerar un conjunto de variables relevantes para el modelo.

✓ Estimar la ecuación incluyendo un determinado número de rezagos para cada variable.

✓ Realizar un proceso de reducción eliminando los rezagos no estadísticamente significativos.

ECONOMETRIA

TEORÍA DE LA COINTEGRACIÓN

Mtro. Horacio Catalán Alonso